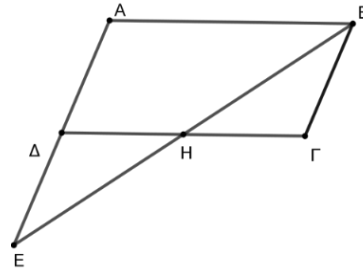


Έστω ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο με $AB=2BΓ$, τμήμα ΔΕ στην προέκταση της ΑΔ τέτοιο ώστε $ΔΕ=ΑΔ$ και Η το σημείο τομής της ΒΕ με την ΔΓ.

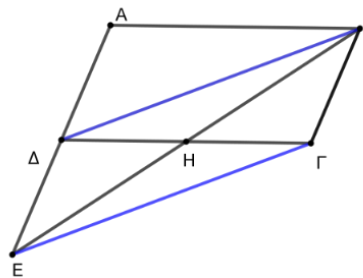
α)



Επειδή το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο, οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες, άρα $ΑΔ = ΒΓ$.

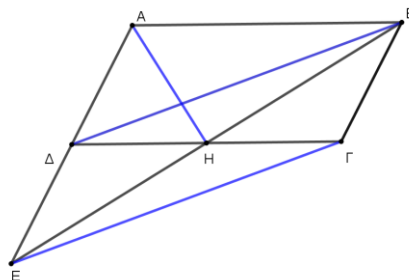
Έχουμε ότι $ΑΕ = ΑΔ + ΔΕ$ και αφού $ΑΔ=ΔΕ$ τότε $ΑΕ=2ΑΔ$ και επειδή $ΑΔ=ΒΓ$ τότε $ΑΕ = 2ΒΓ$. Από την υπόθεση είναι $ΑΒ = 2ΒΓ$, επομένως $ΑΕ=ΑΒ$ και το τρίγωνο ΒΑΕ είναι ισοσκελές με ίσες πλευρές τις ΑΒ και ΑΕ.

β)



Από το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι $ΒΓ= // ΑΔ$, και στην προέκταση της ΑΔ το τμήμα ΔΕ ισούται με το ΑΔ οπότε και $ΔΕ = // ΒΓ$. Άρα το τετράπλευρο ΔΕΓΒ είναι παραλληλόγραμμο γιατί έχει δύο απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες.

γ)



Επειδή το ΔΕΓΒ είναι παραλληλόγραμμο, οι διαγώνιές του ΓΔ, ΒΕ διχοτομούνται στο Η. Δηλαδή το Η είναι μέσο του ΒΕ, άρα η ΑΗ είναι διάμεσος του τριγώνου ΒΑΕ.